УДК 669.046:001.57

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ

Л.А. Ермакова, С.Ю. Красноперов, С.Н. Калашников

ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет» (г. Новокузнецк, Россия)

Предложена математическая модель и численно-аналитическое решение задачи моделирования тепломассообменных процессов в дисперсных средах для условий восстановительных процессов в струйно-эмульсионном агрегате непрерывного действия. Разработанная модель тепломассообмена позволяет в любой момент времени определять температуру и состав частицы или капли, находящейся в высокотемпературной восстановительной среде, соответствующей условиям прямого восстановления в газовой и эмульсионной средах при ламинарном и турбулентном режимах, характерных для процесса в струйно-эмульсионном агрегате на принципах самоорганизации.

***Ключевые слова**: струйно-эмульсионный агрегат непрерывного действия, прямое восстановление, тепломассообмен, математическая модель, численно-аналитическое решение.*

The paper presents a mathematical model and numerical-analytical solution modeling heat and mass transfer processes in dispersed media, the conditions for regenerative processes in the jet-emulsion unit of continuous action. The developed model allows the heat and mass transfer at any time to determine the temperature and composition of the particles or droplets, located in the high-temperature reducing atmosphere, to the terms of the direct reduction in the gas and emulsion media under laminar and turbulent characteristic of the process in the jet-emulsion unit on the principles of self-organization.

***Keywords:** jet-emulsion unit continuous, direct reduction, heat and mass transfer, mathematical model, numerical and analytical solution.*

Последние десятилетия в мире существует большой интерес к разработке новых технологий и агрегатов для прямого получения губчатого железа и металла из мелкодисперсных материалов, в том числе из отходов металлургического производства, что позволит решить экологические проблемы. Наиболее перспективными являются процессы, позволяющие восстанавливать металл непосредственно из пылевидных отходов, не затрачивая энергию на окомкование и используя имеющуюся при этом большую реакционную поверхность для ускорения процессов.

Одним из таких новых металлургических процессов является процесс получения металла из пылевидных материалов в агрегате струйно-эмульсионного типа, имеющем реакционную камеру и рафинирующий отстойник [1, 2]. Очень важной задачей при разработке технологий является определение времени, необходимого для нагрева и восстановления при различных режимах. В работе приводится численно-аналитическое решение задачи моделирования тепломассообменных процессов в дисперсных средах для условий восстановительных процессов в струйно-эмульсионном агрегате непрерывного действия [3].

Рассмотрим основные особенности объекта моделирования:

– протекание физико-химических процессов в отдельных зонах при различных степенях отклонения от термодинамического равновесия в системе под давлением;

– высокие скорости тепломассообменных процессов, окислительно-восстановительных реакций и фазовых превращений за счет больших удельных поверхностей дисперсных сред (конвертерный шлам 20–30 м²/кг, окалина 1–2 м²/кг, концентрат марганца 10–20 м²/кг, пылевидная известь 10–20 м²/кг, зола 200–300 м²/кг), высокой температуры (1300–1700 °C) в основных реакционных зонах струйного (газовзвеси) и эмульсионного типов, интенсивного перемешивания (барботирования) и турбулизации потоков в рафинирующем отстойнике;

– достижение необходимой степени восстановления оксидов исходного сырья за время пребывания в реакционной камере (1–3 с) и рафинирующем отстойнике (10–15 мин);

– протекание в основных реакторах и зонах агрегата процессов высокотемпературного твердофазного и жидкофазного восстановления металлов твердыми (C, Al, Si), газообразными (CO, H_2O) и растворенными в железе ([C]) реагентами.

Модель процесса тепломассообмена частиц с учетом фазового перехода

Процесс нестационарного тепломассообмена описываем уравнением теплопроводности и молекулярной диффузии для частиц сферической формы с граничными условиями 3-го рода [3, 4]. Уравнения теплопроводности и молекулярной диффузии, а также граничные условия для безразмерной относительной температуры и концентрации имеют вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial Fo_{\text{д}}} = \dfrac{1}{\tilde{r}^2}\dfrac{\partial}{\partial \tilde{r}}\left(\tilde{r}^2 \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{r}}\right) \\ \dfrac{\partial \Theta}{\partial Fo_{\text{д}}} = \dfrac{1}{Lu\,\tilde{r}^2}\dfrac{\partial}{\partial \tilde{r}}\left(\tilde{r}^2 \dfrac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}}\right) \\ \tilde{C}\Big|_{Fo_{\text{д}}=0} = 0 \quad \Theta\Big|_{Fo_{\text{д}}=0} = 0 \\ \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{r}}\Bigg|_{\tilde{r}=0} = 0 \quad \dfrac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}}\Bigg|_{\tilde{r}=0} = 0 \\ \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{r}}\Bigg|_{\tilde{r}=1} = Bi_{\text{ä}}\left(1-\tilde{C}\right) \quad \dfrac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}}\Bigg|_{\tilde{r}=1} = Bi\left(1-\Theta\right) \end{cases}, \qquad (1)$$

где $\tilde{C} = \dfrac{C - C_0}{C^* - C_0}$ – безразмерная относительная концентрация; C_0 – начальная концентрация рассматриваемого элемента в частице; C^* – концентрация этого элемента в окружающей среде; $\Theta = \dfrac{t - t_0}{t_{\text{ср}} - t_0}$ – безразмерная относительная температура; t_0 – начальная температура частицы; $t_{\text{ср}}$ – температура окружающей среды; R – радиус частицы; $\tilde{r}=\dfrac{r}{R}$ – безразмерный радиус; $Lu=\dfrac{D}{a}$ – число Льюиса; $Fo_{д}=\dfrac{D\tau}{R^2}$ – диффузионное число Фурье; $Bi_{д}=\dfrac{\beta R}{D}$ – диффузионное число Био; $Bi=\dfrac{\alpha R}{\lambda}$ – число Био; D – коэффициент диффузии, м²/с; β – коэффициент массоотдачи, м/с; a – коэффициент температуропроводности частицы, м²/с; λ – коэффициент теплопроводности частицы, Вт/(м·К); α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); τ – время, с.

Краевая задача решалась методом разделения переменных с использованием быстросходящихся рядов. Особенность методики решения заключается в построении схемы расчета, которая позволяет получать результаты, характеризующие связь между определяющими параметрами задачи в заданном любом интервале переменных, представленных как в критериальной, так и в размерной физической формах [4–6]. Этапы методики расчета.

1. Построение для среднемассовых безразмерных температуры $\Theta_{мас}$ и концентрации $C_{мас}$ с использованием аналитических уравнений вида зависимости $\Theta_{мас}=\Theta_{мас}(Fo_{д}, Lu, Bi)$, $C_{мас}=C_{мас}\left(Fo_{д}, Bi_{д}\right)$ для заданного диапазона изменения критериев подобия, соответствующего условиям рассматриваемых систем.

Краевая задача (1) решена методом разделения переменных с использованием быстросходящихся рядов. Решение имеет вид

$$\tilde{C}\left(\tilde{r}, Fo_{д}\right)=1-\sum_{n=1}^{\infty}A'_n\frac{\sin\left(\varepsilon'_n\tilde{r}\right)}{\varepsilon'_n\tilde{r}}e^{-\varepsilon_n'^2 Fo_{д}}, \qquad (2)$$

где $A'_n=\dfrac{2\left(\sin\varepsilon'_n-\varepsilon'_n\cos\varepsilon'_n\right)}{\varepsilon'_n-\sin\varepsilon'_n\cos\varepsilon'_n}$; ε'_n – корни характеристического трансцендентного уравнения $\operatorname{tg}\varepsilon=\dfrac{-\varepsilon}{Bi_{д}-1}$.

Среднемассовая относительная концентрация $\tilde{C}_{мас}$ определяется с помощью соотношения

$$\tilde{C}_{мас}\left(Fo_{д}\right)=1-3\sum_{n=1}^{\infty}A'_nB'_ne^{-\varepsilon_n'^2 Fo_{д}}, \qquad (3)$$

где
$$B_n=\frac{\sin\varepsilon_n-\varepsilon_n\cos\varepsilon_n}{\varepsilon_n^3}.$$

Значения ε_n корней характеристического уравнения зависят от числа $Bi_{д}$, следовательно $C_{мас}$ является функциями чисел $Fo_{д}$ и $Bi_{д}$

$$C_{мас}=C_{мас}\left(Fo_{д}, Bi_{д}\right). \qquad (4)$$

2. Решение обратной задачи при различных $\Theta_{\text{мас}}$ и Bi, $C_{\text{мас}}$ и $Bi_{\text{д}}$ на основе результатов этапа 1 и численное определение характера связи времени массообмена и теплообмена от параметров в критериальной форме $Fo_{\text{д}} = Fo_{\text{д}}(C_{\text{мас}}, Bi_{\text{д}})$, $Fo = Fo(\Theta_{\text{мас}}, Bi)$, где $Fo = Fo_{\text{д}}/Lu$.

Решая обратную задачу при заданных $C_{\text{мас}}$ и $Bi_{\text{д}}$ на основе полученной зависимости (4), численно определили характер связи времени массообмена от параметров в критериальной форме

$$Fo_{\text{д}} = Fo_{\text{д}}\left(C_{\text{мас}}, Bi_{\text{д}}\right). \tag{5}$$

3. Построение номограмм, определяющих количественную связь между конкретными физическими величинами

$$\begin{gathered}
\tau_C = \frac{R^2}{D} Fo_{\text{д}}\left(C_{\text{мас}}, \frac{\beta R}{D}\right) = \tau_C(\beta, R), \\
\tau_t = \frac{R^2}{a} Fo\left(\Theta_{\text{мас}}, \frac{\alpha R}{\lambda}\right) = \tau_t(\alpha, R).
\end{gathered} \tag{6}$$

При расчете на каждой итерации сначала в зависимости от состава шихтовых материалов определяли температуру плавления частиц, затем рассчитывали текущую температуру, по которой определяли коэффициент диффузии с учетом фазового состояния частицы. После чего на следующей итерации определяли новые теплофизические параметры материала с учетом полученного состава и фазового состояния.

Результаты математического моделирования

Расчет процесса массообмена осуществляли для условий прямого восстановления в газовой и эмульсионной средах при ламинарном и турбулентном режимах, характерных для процесса в струйно-эмульсионном агрегате на принципах самоорганизации.

Вид выражения для расчета коэффициента массоотдачи зависит от принятого допущения о механизме переноса вещества. Капли, для приведенного диапазона размеров, будем рассматривать как твердые сферические частицы, перенос вещества в которых происходит только за счет молекулярной диффузии, тогда коэффициент массоотдачи по дисперсной фазе для диапазона температур 800–1600 °С и указанных размеров частиц принимает значения $\beta = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$–$4{,}0 \cdot 10^{-7}$ [7, 8].

В исследовании приняты диапазон изменения размеров для материалов 0,025–3 мм и температура среды в соответствии с условиями жидкофазного восстановления 1400–1600 °С. Результаты расчета температуры и степени восстановления частиц железорудного концентрата показали, что за время процесса 0,3–0,6 с частицы диаметром до $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м успевают прогреться, расплавиться и в них начинают протекать восстановительные процессы. Частицы более крупного размера не успевают прогреться до температуры фазового перехода и остаются не восстановленными.

Таким образом, разработанная модель тепломассообмена позволяет определять в любой момент времени температуру и состав частицы или капли, находящейся в высокотемпературной восстановительной среде.

Список использованных источников

1. Процесс СЭР – металлургический струйно-эмульсионный реактор / В.П. Цымбал, С.П. Мочалов, И.А. Рыбенко и др. - М.: Металлургиздат, 2014. – 488 с.

2. Разработка новых наукоемких металлургических процессов и агрегатов струйно-эмульсионных типа на принципах самоорганизации / В.П. Цымбал, С.П. Мочалов, К.М. Шакиров и др. // Новые индустриальные технологии и материалы. – Новокузнецк, 2000. – С. 299–308.

3. Цымбал В.П., Мочалов С.П., Ермакова Л.А. Моделирование процессов и разработка технологии получения металла из отходов на основе непрерывного струйно-эмульсионного процесса // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2000. – № 2. – С. 60.

4. Калашников С.Н. Математическая модель и методика решения задач нестационарного тепломассообмена совокупности частиц пылевидных железосодержащих материалов / С.Н. Калашников, Л.А. Ермакова, С.П. Мочалов // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2001. – № 6. – С. 67–71.

5. Методика и результаты расчета процессов в реакторах агрегата струйно-эмульсионного типа для технологии прямого получения металла из дисперсных материалов / Л.А. Ермакова, С.П. Мочалов // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2004. – № 10. – С. 48–51.

6. Методика численно-аналитического моделирования тепломассообменных процессов в дисперсных системах / С.Н. Калашников, С.П. Мочалов, С.Ю. Красноперов, Л.А. Ермакова // Численно-аналитические методы решения краевых задач: Сб. трудов межвузовской научной конференции. – Новокузнецк, 1998. – С. 52–54.

7. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств. – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.

8. Камкина Л. В., Яковлев Ю.Н., Колбин Н.А. и др. // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1995. – № 2. – С. 8–10.